جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الطبولوجيا (1)
السنة الثانية - رياضيات
الفصل الأول للعام الدراسي 2017/2016

اسم الطالب :
العلامة : 100
المدة : ساعة ونصف

السؤال الأول (37 علامة) :

نأخذ في الفضاء المتري الحقيقي $\mathbb{R}$ المجموعة $A =]0,1] \cup \{2\}$

أ – أوجد A° ؛ $\bar{A}$ ؛ $\mathring{A}$ ؛ $Fr(A)$ ؛ $Ext(A)$.

ب – 1) هل المجموعة A متراصة ولماذا ؟

2) هل المجموعة A مترابطة ولماذا ؟

3) هل المجموعة A كثيفة ولماذا ؟

4) هل الفضاء الجزئي A تام ولماذا ؟

5) هل المجموعة A هي جوار للنقطة $x = 2$ ولماذا ؟

السؤال الثاني (30 علامة) :

أ – عرّف الآتي : 1) نقطة التراكم لمجموعة 2) الفضاء المتري المتراص 3) المجموعة المحدودة في فضاء متري .

ب – أعط تعريفين متكافئين لتقارب المتتالية (x_n) من العنصر x في الفضاء المتري (X, d) .

ج – أثبت أن مجموعة الأعداد العادية $\mathbb{Q}$ هي مجموعة كثيفة في الفضاء المتري الحقيقي $\mathbb{R}$ (أي أثبت أن $\bar{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}$) .

السؤال الثالث (33 علامة) :

أ – اذكر الخواص الأساسية للمجموعات المفتوحة في أي فضاء متري .

ب – ليكن $f : X \to Y$ تطبيقاً من الفضاء المتري X إلى الفضاء المتري Y . إذا كان X مترابطاً و f مستمراً فأثبت أن المجموعة $f(X)$ مترابطة في Y .

حمص في 15 / 2 / 2017

أ . د . طالب غريبة

رياضيات س

(2)

سلم تصحيح مقرر التبولوجيا (١)
السنة الثانية - رياضيات
الفصل الأول للعام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧

السؤال الأول (٢٧ درجة):

أ- $A^\circ =]0,1[$ ؛ $\bar{A} = [0,1] \cup \{2\}$ ؛ $A' = [0,1]$

$Fr(A) = \bar{A} \setminus A^\circ = \{0,1,2\}$ ؛ $Ext(A) = \mathbb{R} \setminus \bar{A} =]-\infty,0[\cup]1,2[\cup]2,+\infty[$

ب- 1) A غير متراصة لأنها غير مغلقة. 4

2) A غير مترابطة لأنها اجتماع مجموعتين منفصلتين {2} و [0,1] [illegible] 5
(أو [illegible] حسب التعريف).

3) A ليست كثيفة لأن $\bar{A} \neq \mathbb{R}$ 4

4) الفضاء الجزئي A غير تام لأن A غير مغلقة. 4

5) A ليست جوارًا للنقطة $x=2$ لأنه لا يوجد مجال مفتوح مركزه $x=2$ [illegible]. 5

السؤال الثاني (٢٠ درجة):

أ- التعاريف: 1) نقول عن نقطة x إنها نقطة تراكم للمجموعة A إذا كان كل جوار لهذه النقطة يحوي نقطة من A تختلف عن x.

2) [illegible] 4

3) المجموعة [illegible] 4

ب- نقول عن المتتالية (x_n) إنها متقاربة من العنصر x في الفضاء المتري (X,d) إذا وفقط إذا:

$\forall \varepsilon > 0, \exists n_0 : d(x_n, x) < \varepsilon, \forall n \geq n_0$ 4

أو (بلغة الجوارات):

كل جوار للنقطة x يحوي كل حدود المتتالية اعتبارًا من حد ما.

ج- [illegible] $\mathbb{R}$ [illegible].

بما أن أي جوار [illegible] يحتوي على الأقل [illegible] من الأعداد النسبية [illegible]
10 أي أن أي جوار للنقطة x يتقاطع مع $\mathbb{Q}$ ، أي أن x نقطة لاصقة بـ $\mathbb{Q}$.
x كيفية من $\mathbb{R}$ إذن
$\mathbb{R} = \overline{\mathbb{Q}}$.

السؤال الثالث (٢٢ درجة)

أ- 1) أي اجتماع لمجموعات مفتوحة هو مجموعة مفتوحة
9 2) تقاطع عدد منته من المجموعات المفتوحة هو مجموعة مفتوحة
3) المجموعة الكلية X والخالية Φ مجموعتان مفتوحتان

ب- إثبات المبرهنة:
نبرهن بطريقة نقض الفرض. نفرض [illegible] أن $f(X)$ غير مترابطة، [illegible]
[illegible] بمجموعتين A ، B المفتوحتين في الفضاء Y والمحققتين 24
$A \neq \Phi$ ، $B \neq \Phi$ ، $A \cap B = \Phi$ ، $f(X) \subseteq B \cup A$
بما أن f [illegible]
[illegible] X [illegible] $f^{-1}(B)$ ، $f^{-1}(A)$ [illegible]
$f^{-1}(A) \neq \Phi$ ، $f^{-1}(B) \neq \Phi$ ، $f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B) = \Phi$ و
$X = f^{-1}(B) \cup f^{-1}(A)$ ، أي أن [illegible]
[illegible] X [illegible]
[illegible]

[illegible] ٢٠١٧/٦/[illegible]